

PROFESORES DE MATEMÁTICAS Y SUS CONCEPCIONES: EL CASO DE LOS PARÁMETROS DE LA PARÁBOLA

Mario Sánchez Aguilar
PROME, CICATA del IPN. (México)

mosanchez@ipn.mx

Campo de investigación: educación a distancia, formación de profesores, visualización.

Nivel educativo: superior

Palabras clave: ideas de profesores, función cuadrática, tecnología, educación a distancia

Resumen

En este artículo se presentan los resultados de una investigación realizada en México, que busca fortalecer nuestro conocimiento acerca de las modificaciones que experimentan las organizaciones matemáticas dentro de un escenario escolar, cuando éste se encuentra insertado en un espacio virtual de instrucción a distancia. En particular, estudiaremos aquellas transformaciones producidas por la utilización de software durante la planeación y resolución de actividades matemáticas particulares, las cuales forman parte de un proceso de profesionalización docente en el área de las matemáticas.

Introducción

Los dispositivos tecnológicos de los que se puede disponer en un escenario de instrucción a distancia modifican la manera en que se representan, se comunican y se analizan los contenidos a enseñar.

En el presente escrito buscaremos caracterizar dichos cambios, en particular nos enfocaremos en aquellos producidos al utilizar software para la realización de actividades matemáticas no habituales, esto es, actividades que normalmente no formarían parte de un discurso matemático escolar tradicional debido al tipo de cuestiones al que hacen referencia; en este caso nos referiremos a una actividad en la que es necesario descifrar información gráfica asociada a un objeto matemático. Para lograr lo anterior, estudiamos dos grupos de profesores que se encuentran involucrados en un proceso de profesionalización docente (en esta situación ellos juegan el rol de estudiantes). Estos grupos se encuentran insertados en dos diferentes escenarios de instrucción a distancia; uno hace uso del Internet y sus herramientas como principal medio de gestión y comunicación; mientras que el otro además del Internet hace uso de conferencias por televisión y comunicación telefónica.

Referentes Teóricos

Nuestro interés en este trabajo es estudiar la influencia y los posibles cambios que se presentan en las relaciones dentro de un sistema didáctico, cuando se hace uso de herramientas propias de un escenario de instrucción a distancia. En particular, nos interesa analizar las modificaciones provocadas por la utilización de software en la realización de actividades matemáticas no tradicionales. Por lo anterior, consideramos adecuado utilizar la Teoría Antropológica de lo Didáctico (Chevallard, 1992), la cual considera al saber matemático como una forma particular de conocimiento, que es el fruto de la acción humana institucional, es decir, que se produce, se utiliza o más generalmente se transpone en las instituciones. En el caso que nos atañe, nos referimos a una institución educativa a distancia cuyo objetivo es lograr la profesionalización de profesores de matemáticas en su práctica docente.

Una noción básica dentro de esta teoría, que es utilizada para describir la organización del conocimiento matemático dentro de una institución determinada es la denominada *praxeología matemática*. La praxeología matemática es un conjunto de cuatro elementos: el primero, es el tipo de *tareas* (T) en la que un objeto matemático dado se ve involucrado; el segundo, son las *técnicas* (τ) utilizadas para afrontar y resolver este tipo de tareas; el tercer elemento es la *tecnología* (θ), que consiste en el discurso matemático que introduce, justifica y permite entender una técnica particular; el cuarto y último elemento es la *teoría* (Θ), que es una fundamentación de la tecnología, o como algunos autores la denominan, es la tecnología de la tecnología.

Los escenarios y los sujetos de estudio

Para llevar a cabo este estudio se consideró a un conjunto de veinte profesores de matemáticas que se encontraban involucrados en un proceso de profesionalización docente, el cual se gestionaba en diferentes escenarios de educación a distancia.

Del primer escenario de instrucción se tomó una muestra de 11 profesores que laboran en el nivel medio superior. Estos profesores provienen de diferentes estados de México y se encontraban inscritos en un Diplomado de Matemática Educativa denominado “Estrategias para la enseñanza de las matemáticas”; este Diplomado era impartido y gestionado desde las instalaciones del Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa (ILCE) en el Distrito Federal, México. Cada uno de los módulos que constituían al Diplomado incluían videoconferencias que eran transmitidas por televisión mediante uno de los canales de la Red Edusat (Edusat es un sistema de señal digital comprimida que se transmite vía satélite, siendo el más importante de su naturaleza en Latinoamérica; depende de la Secretaría de Educación Pública [de México], y su función principal es poner a disposición de los mexicanos una amplia oferta de televisión y radio con fines educativos). La comunicación con los profesores durante cada videoconferencia podía realizarse vía telefónica, la comunicación posterior a la videoconferencia, la asignación y entrega de tareas, y otros recursos necesarios, eran tramitados por medios electrónicos vía Internet tales como correo electrónico, plataforma virtual institucional y foros asincrónicos.

El segundo grupo de profesores constituido por 9 personas fue tomado de un escenario distinto. Estos profesores se encuentran inscritos en un programa a distancia de Maestría en Ciencias con especialidad en Matemática Educativa del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada del Instituto Politécnico Nacional (PROMEX, CICATA-IPN). Estos profesores laboran en los niveles medio superior y superior, y provienen de distintas regiones de México y Argentina. A diferencia del escenario anterior, la gestión y desarrollo de los cursos del posgrado se realiza sin la utilización de transmisiones televisivas, únicamente se utiliza el Internet y herramientas de comunicación asociadas como plataforma virtual, foros sincrónicos y asincrónicos, y correo electrónico.

Sobre el contenido matemático

Para lograr los fines de nuestra investigación era necesario involucrar un objeto matemático alrededor del cual giraran nuestras observaciones. La función de segundo grado de variable real de la forma $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ ocupó ese lugar.

Con el fin de acotar nuestra investigación, decidimos enfocarnos en las ideas presentes en los profesores acerca de los efectos gráficos que producen los parámetros A , B y C sobre la

representación gráfica de la función previamente mencionada. Nuestro interés en observar estas ideas de los profesores en contextos gráficos, fue motivada por la experiencia obtenida al participar en programas presenciales de profesionalización docente; esto es, comenzamos a percibir ciertos problemas para comprender y argumentar los efectos gráficos producido por los parámetros A , B y C sobre la gráfica de una función cuadrática. Sobre estas dificultades, queremos destacar dos aspectos: Primero, sabemos que existen diferentes grados de dificultad para identificar el efecto gráfico de estos parámetros. Mientras al parámetro A fácilmente se le reconoce como el causante de la concavidad tomada por la parábola, el efecto producido por B se plantea como el más “oscuro” para los profesores; segundo, es notable la diferencia existente entre el tipo de argumentos utilizados para justificar el efecto producido por cada uno de los parámetros. Para los parámetros A y C es común encontrar argumentos que hagan uso de elementos de naturaleza gráfica, como la concavidad o la intersección con el eje Y . En el caso del parámetro B es común que exista la presencia de elementos algebraicos dentro de los argumentos utilizados por los profesores

El diseño de la actividad matemática

La preparación de la actividad matemática que se busca aplicar es un paso muy importante en el proceso de la investigación, ya que debe diseñarse siempre teniendo en mente el tipo de información que se pretende obtener con su implementación.

Dado que la información buscada es de naturaleza gráfica (las ideas asociadas a los efectos gráficos producidos por los parámetros), la actividad debería estar planteada en el mismo contexto, por lo que en un primer momento se pensó en presentar a los profesores gráficas de funciones cuadráticas generadas en un software, y con base en éstas cuestionar a los profesores sobre el signo (negativo, positivo o cero) que poseen los parámetros en dichas representaciones. El cuestionar acerca del signo de los parámetros de la función es una forma de provocar la reflexión sobre sus efectos gráficos.

Otra variable a considerar en nuestro diseño era sin duda el escenario en el que éste se aplicaría, y sobre todo las herramientas disponibles en dicho ambiente. Los profesores que constituyeron nuestra muestra, eran libres de utilizar algunos paquetes de software matemático con capacidades gráficas, numéricas y algebraicas, para el estudio y resolución de las diferentes actividades matemáticas que se les presentaban a lo largo de los cursos. Estos paquetes estaban contenidos en un conjunto de programas de computadora previamente seleccionado por los instructores de los cursos y que se ponían a disposición de los profesores. Esta situación planteaba la necesidad de reconsiderar nuestro diseño inicial de la actividad.

En un análisis a priori de la actividad, se consideró que era posible que las características del gráfico desviarán la atención y las estrategias utilizadas por los profesores hacia un contexto algebraico; por ejemplo, el hecho de que los ejes aparezcan graduados, podría facilitar la identificación de las coordenadas asociadas a puntos pertenecientes a la parábola (por ejemplo aquellos correspondientes a las intersecciones de la gráfica con el eje de las abscisas y el de las ordenadas); con base en estos pares ordenados, fácilmente se podría utilizar algún software para realizar una regresión cuadrática que genere como resultado una expresión algebraica que aproxime a la función. A partir de esta expresión algebraica, fácilmente se podrían obtener información acerca de los parámetros de la función, lo cual nos impediría mirar las ideas de los profesores asociadas a los efectos gráficos de dichos parámetros.

Por lo anterior, decidimos utilizar gráficas que incluyeran ejes ordenados que no hicieran referencia a alguna escala numérica. La versión final de los gráficos utilizados se muestra en la figura 1.

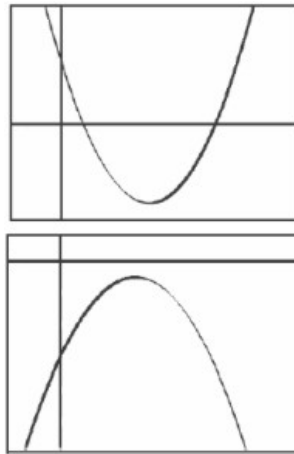


Figura 1. Gráficos 1 (arriba) y 2 (abajo), presentados a los profesores durante la actividad matemática exploratoria

Aplicación de la actividad y análisis de los resultados

La actividad discutida anteriormente fue distribuida en formato MS Word a los profesores de ambos grupos de la muestra mediante el uso de una plataforma en Internet; la actividad fue colocada en la plataforma de trabajo y los profesores se daban a la tarea de descargarla para su posterior resolución. Se solicitó que la resolución a la actividad fuera individual y que la versión final de ésta fuera entregada al asesor correspondiente vía correo electrónico, esta medida se tomó para tratar de reducir la posibilidad de que las respuestas fueran influenciadas y reflejaran las creencias personales sobre los contenidos matemáticos involucrados. Para analizar las respuestas de los profesores se optó por seguir dos rutas: una cuantitativa que nos ofreciera información acerca de los porcentajes de respuestas correctas para cada uno de los parámetros; y otra cualitativa que nos permitiera indagar sobre el tipo de respuestas, estrategias y argumentos utilizados en la solución de la tarea. La información cuantitativa obtenida se concentra en la tabla presentada en la figura 2; los subíndices 1 y 2 utilizados para denotar los parámetros indican la gráfica a la que corresponden; por ejemplo: Con A1 se denota el efecto gráfico del parámetro A sobre la gráfica 1, que es la que corresponde a la parábola que intersecta el eje de abscisas; asimismo, B2 denota el efecto del parámetro B sobre la gráfica de la parábola con soluciones no reales (ver figura 1).

Parámetro	Número de respuestas correctas	Porcentaje
A1	20	100%
B1	19	95%
C1	17	85%
A2	20	100%
B2	18	90%
C2	19	95%

Figura 2. Porcentajes de respuestas correctas asociados a cada uno de los parámetros

De esta tabla es posible observar que el parámetro B , del cual se esperaba obtener grandes dificultades por parte de los profesores, no se presenta tan problemático, al menos no en las proporciones esperadas. La siguiente mirada cualitativa a los datos puede proporcionarnos luz sobre esta situación: Después de observar y analizar el tipo de argumentos y estrategias utilizadas por los profesores de ambos grupos para construir sus respuestas, éstas se agruparon en cuatro categorías: gráfica, gráfica-algebraica, exploración de casos particulares y ausencia de argumentos. Un ejemplo de la exploración de casos particulares se muestra en la figura 3.

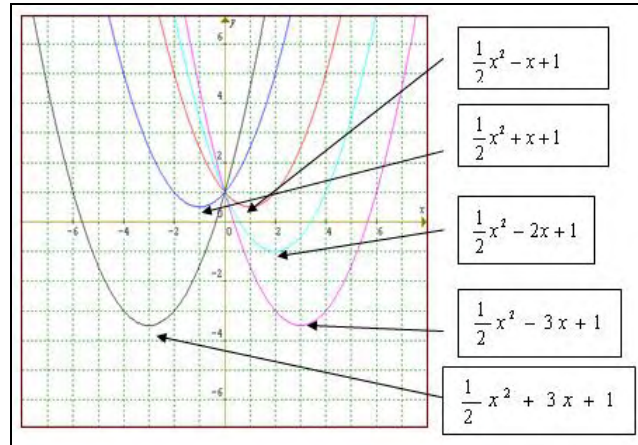


Figura 3. Ejemplo de la técnica “exploración de casos particulares”

Es interesante observar cómo, a pesar de la existencia de diferencias en los programas de profesionalización a los que pertenece cada grupo de profesores (en tiempo de instrucción, profundidad, características de los escenarios, etc.), el uso de software facilitó que los profesores pudieran realizar el análisis de casos particulares de gráficas de funciones y de esta manera obtener información sobre el comportamiento gráfico de la función con respecto a sus parámetros como se muestra en la figura 3. De hecho, fue la estrategia de solución más ampliamente utilizada por los profesores.

Uno podría fácilmente concluir que, el uso de software en un escenario de instrucción a distancia, influye de manera positiva en el desempeño de las personas involucradas en la resolución de actividades matemáticas, sin embargo, como se puede apreciar en la figura 4, la influencia que ejercen estas herramientas en las técnicas de resolución, pueden traer como consecuencia concepciones erróneas acerca del objeto matemático analizado. En esta situación, a pesar de que se utiliza la técnica del análisis de casos particulares, el profesor obtiene una conclusión equivocada sobre el efecto que produce el parámetro C sobre la gráfica de la función cuadrática. El profesor está estableciendo una relación entre el signo del parámetro C y la posición del vértice de la parábola, en otras palabras, el profesor concluye que si el valor de C es positivo entonces el vértice se encuentra por encima del eje de las abscisas, y si el valor del parámetro es negativo entonces el vértice estará situado por debajo de este eje. Si observamos la figura 4, veremos que esta afirmación sólo se cumple para el caso particular que está analizando, pero no de manera general.

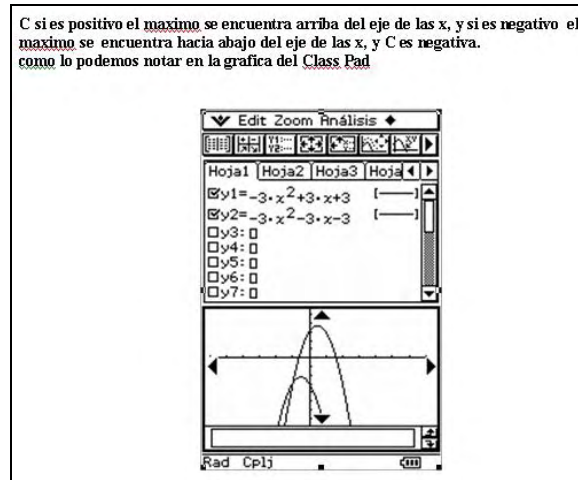


Figura 4. Conclusión errónea obtenida a partir del análisis de casos particulares

Conclusiones

El tipo de respuestas de los profesores a la actividad matemática, evidencian que la utilización de software matemático en un escenario de instrucción matemática a distancia propicia que surjan nuevas estrategias de exploración y solución que en un escenario de lápiz y papel serían difícil de desarrollar, en este caso nos estamos refiriendo a la exploración de casos particulares. Es importante señalar que la emergencia de esta técnica se presentó en los dos grupos considerados para el estudio (ILCE y CICATA), mientras que el caso que se ilustra con la figura 4, sólo se presentó en uno de los profesores ascritos al ILCE. En términos de la teoría utilizada, podemos concluir que esta herramienta tecnológica facilitó la emergencia de nuevas técnicas, como generalmente sucede con la incorporación de este tipo de dispositivos tecnológicos en otros escenarios de instrucción matemática (Lagrange, 2005). Sin embargo, como hemos mostrado, estas nuevas técnicas no siempre tienen una influencia positiva al momento de construir los conceptos asociados. Esto constituye una evidencia más de la relación existente e indisoluble entre las técnicas y los procesos de conceptualización de la matemática.

Con esta investigación, pretendemos señalar como un objeto de estudio de la Matemática Educativa a las herramientas tecnológicas utilizadas en la educación matemática a distancia, ya que consideramos que su utilización plantea no sólo la modificación de las organizaciones matemáticas existentes dentro de una institución, sino que también favorece la emergencia de algunas totalmente nuevas. Esta situación sin duda afecta la manera en que se estudia y se aprende la matemática en un escenario de instrucción a distancia.

Referencias bibliográficas

- Chevallard, Y. (1992). Fundamental concepts in didactics: perspectives provided by an anthropological approach. En R. Douady y A. Mercier (Eds.), *Research in Didactique of Mathematics* (pp. 131-167). Grenoble, Francia: La Pensée Sauvage.
- Lagrange, J.B. (2005). Using symbolic calculators to study mathematics. En D. Guin, K. Ruthven y L. Trouche (Eds.), *The Didactical Challenge of Symbolic Calculators: Turning a Computational Device into a Mathematical Instrument* (pp. 113-135). E.U.A.: Springer.